

Seminarium SFARA (lato 2017)**Krzywe algebraiczne**

B1-37(?), wtorek 10.30-12.00

Prowadzący: W.Gajda i B.Bzdęga

Uczestnicy: J.Garnek, K.Górniewicz, A.Kaim, A.Kokoszka,
M.Krawiarz, M.Narożańska, Ł.Nizio, W.Wawrów i inni.

W ramach naszego seminarium w tym semestrze omawiamy podstawy teorii krzywych algebraicznych. Będziemy korzystali z klasycznego podręcznika [Fu] i (alternatywnie) z ósmego rozdziału podręcznika [Lü]. Podstawy geometrii algebraicznej, które będą nam potrzebne można znaleźć także w książce [Sz] i w pierwszym rozdziale książki [Ha], gdzie zostały wprowadzone w bardziej systematyczny sposób. Od początku seminarium pracujemy nad ustalonym ciałem k , o którym zakładamy, że jest domknięte algebraicznie i jest dowolnej charakterystyki. W uzupełnieniu do wykładów SFARy w tym semestrze warto zaglądać do książek: [DS], [FK], [Gr], [Mo] i [St], gdzie omawiana jest teoria krzywych algebraicznych w kilku innych, ciekawych aspektach.

Wykład 1. (Rozmaitości afiniczne i rzutowe)

Zwięźle wprowadzenie do geometrii algebraicznej: rozmaitości afiniczne i rzutowe, pierścień współrzędnych, pierścień lokalny, ciało funkcyjne, wymiar rozmaitości za pomocą stopnia ciała przestępczości [Fu]: paragrafy: 2.1, 2.4, 4.1-4.3, 6.5 lub [Lü]: 6.1 (do str. 109).

28 lutego, wyklada J. Garnek**Wykład 2. (Lokalne własności krzywych płaskich)**

Algebraiczne krzywe płaskie: stopień, wielokrotność punktu, styczne, Thm 1 i 2 [Fu], 3.1 i 3.2.

[Fu]: 3.1, 3.2

7 marca, wyklada: Ł. Nizio**Wykład 3. (Indeks przecięcia)**Definicja i własności indeksu $I(P, F \cap G)$

[Fu]: 3.3 lub [Lü]: 8.1.3.

21 marca, wyklada: M. Krawiarz**Wykład 4. (Twierdzenie Bezouta)**

Twierdzenie Bezouta dla krzywych płaskich [Fu], 5.1, 5.3 i 5.4 lub [Lü], 8.1.3, jako zastosowanie Thm.2 z 5.4 z [Fu].

[Fu]: 5.1, 5.3, 5.4 lub [Lü]: 8.1.3.

28 marca, wyklada: M. Narożańska**Wykład 5. (Morfizmy i przekształcenia wymierne)**

Topologia Zariskiego, uogólnione rozmaitości i morfizmy; Proposition 2, 3 i 4 z [Fu], 6.3, przekształcenia wymierne; Proposition 11 i 12 z [Fu], 6.6 i Wniosek.

[Fu]: 6.1-6.3, 6.6.

4 kwietnia, wyklada: A. Kokoszka**Wykład 6. (Krzywe gładkie i ciało funkcyjne)**

Thm.1 i Wnioski 1-4 z 7.1 z [Fu]; odpowiedniość pomiędzy krzywymi gładkimi i ciałami funkcyjnymi (Wniosek 8.1.17 i Tw. 8.2.23 z 8.2.3 z [Lü], co w efekcie dowodzi istnienia modelu gładkiego krzywej).

[Fu]: 7.1 i [Lü]: 8.1.2.3.

11 kwietnia wyklada: W. Wawrów

Wykład 7. (Rozdmuchanie płaszczyzny)

Rozdmuchanie płaszczyzny w osobliwości krzywej płaskiej; desingularyzacja krzywej ograniczonego typu

[Fu]: 7.2 i 7.3, lub [Lü]: 8.2.1.

25 kwietnia wykładają: M. Narożańska oraz K. Górniewicz

Wykład 8. (Model gładki)

Transformacje Cremony; desingularyzacja dowolnej krzywej płaskiej

[Fu]: 7.4 (plus Thm. 3 z 7.5, [Fu]), lub [Lü]: 8.2.2.

9 maja wyklada: Ł. Nizio

Wykład 9. (Dywizory i równoważność liniowa)

Dywizory i równoważność liniowa; *residue theorem* z 8.1, [Fu], Przykład: na krzywej gładkiej zachodzi równoważność: $P \equiv Q$, wtedy i tylko wtedy, gdy $P = Q$.

[Fu]: 8.1.

16 maja, wyklada: A. Kaim

Wykład 10. (Twierdzenie Riemanna)

Przestrzeń liniowa $L(D)$; *twierdzenie Riemanna*

[Fu]: 8.2 i 8.3.

23 maja, wyklada: W. Gajda

Wykład 11 i 12 (Twierdzenie Riemanna-Rocha)

Formy różniczkowe i różnikowania (po krótku), dywizor kanoniczny; *twierdzenie Riemanna-Rocha*, Zastosowanie: formuła Hurwitza, dalsze przykłady zastosowań

[Fu]: 8.4, 8.5 i 8.6 lub [Lü]: 8.3.3 i 8.3.4.

30 maja i 6 czerwca, wyklada: J. Garnek

Wykład 13. (Twierdzenie o residuach)

Definicja residuum, twierdzenie o residuach, formuła śladu

[Lü]: 8.4.

13 czerwca, wyklada: B. Bzdęga

Literatura

[DS] V.I.Danilov, V.V. Shokurov, *Algebraic curves, algebraic manifolds and schemes*, SV 1998.

[FK] H.M.Farkas, I.Kra, *Riemann surfaces*, SV 1992.

[Fu] W.Fulton, *Algebraic curves, introduction to algebraic geometry*, Benjamin 1969.

[Gr] P.A.Griffiths, *Intoduction to algebraic curves*, AMS 1989.

[Ha] R.Hartshorne, *Algebraic geometry*, SV 1977.

[Lü] W.Lütkenbohmert, *Codierungstheorie*, Vieweg 2003.¹

[Mo] C.Moreno, *Algebraic curves over finite fields*, CUP 1991.

[St] H.Stichtenoth, *Algebraic function fields and codes*, SV 1993.

[Sz] I.R.Szafarewicz, *Basic Algebraic Geometry I*, SV 1998.

przygotował: Wojciech Gajda

¹Książka dostępna na stronie biblioteki WMi przez e-link.