

Zagadnienia z algebry liniowej
na egzamin pisemny i ustny, DALI II
semestr zimowy 2012/2103
wykładowa: prof. W.Gajda

1. Iloczyny skalarne: definicja, przykłady, nierówność Schwarz'a, własności normy, kąt pomiędzy wektorami, twierdzenie Pitagorasa, układ i baza ortogonalna, współczynniki Fouriera'ego względem układu ortogonalnego, liniowa niezależność układu ortogonalnego, ortogonalizacja Grama-Schmidta, dopełnienie ortogonalne, rzut ortogonalny na podprzestrzeń, macierz rzutu ortogonalnego $A(AA^T)^{-1}A^T$, warunek konieczny i dostateczny na to, aby macierz była macierzą rzutu ortogonalnego

2. Zastosowania: metoda najmniejszych kwadratów, twierdzenie o najlepszej aproksymacji, najlepsze rozwiązanie sprzecznego układu równań liniowych, dopasowanie prostej empirycznej, macierze ortogonalne, warunki konieczne i dostateczne ortogonalności macierzy i operatora liniowego,

3. Wartości i wektory własne: wielomian charakterystyczny macierzy i operatora liniowego, diagonalizacja macierzy - warunki konieczne i dostateczne, przestrzenie własne, krotność algebraiczna i geometryczna wartości własnej, warunki konieczne diagonalizacji macierzy i operatora w terminach wartości własnych

4. Diagonalizacja macierzy symetrycznych rzeczywistych: wartości własne są rzeczywiste, ortogonalność wektorów własnych, twierdzenie o ortogonalnej diagonalizacji macierzy rzeczywistych, twierdzenie spektralne, rozkład spektralny macierzy symetrycznej i rzeczywistej

5. Podprzestrzenie niezmiennicze: podprzestrzenie cykliczne, twierdzenie o wielomianie charakterystycznym operatora liniowego T na T -podprzestrzeni cyklicznej, twierdzenie Cayley'a-Hamiltona; zastosowania do obliczania potęg i odwrotności macierzy za pomocą wielomianu charakterystycznego, ciągi rekurencyjne, wzór Bineta na n -ty wyraz w ciągu Fibonacciego,

6. Formy kwadratowe: macierz symetryczna rzeczywistej formy kwadratowej, postać kanoniczna formy metoda podstawienia ortogonalnego sprowadzania formy do postaci kanonicznej, metoda Langrangre'a-Jacobiego, półokreśloność i określoność formy kwadratowej, sygnatura formy kwadratowej, twierdzenie Sylwestra o bezwładności.